

## Toets Discrete Structuren

maandag 9 maart 2009, 14:00 -16:00 uur

Elke opgave levert maximaal 10 punten op. Het cijfer is gelijk aan  $(p/10) + 1$ , afgerond op gehele en halve waarden, waarbij  $p$  het totaal aantal behaalde punten is. Een 5 of hoger levert vrijstelling bij het tentamen van 8 april 2009 voor de stof van de eerste 4 weken. Bij vrijstelling telt het toetsresultaat voor de helft mee bij de berekening van het eindcijfer.

### N.B.: Beargumenteer je antwoorden.

1. Toon aan dat de volgende bewering waar is, of geef een tegenvoorbeeld:  $\overline{A \cup B} \implies \overline{A} \cap \overline{B}$
2. Als  $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$  een partitie is van een verzameling  $V$ . En  $E$  is de relatie  $(P_1 \times P_1) \cup \dots \cup (P_n \times P_n)$  Toon aan dat  $E$  de equivalentierelatie is bepaald door  $\mathcal{P}$ .
3. Bewijs met wiskundige inductie dat:  $\sum_{i=1}^n i < \frac{(2n+1)^2}{8}$ .
4. Wat kun je zeggen van een relatie  $R$ , als  $R$  behalve een equivalentierelatie ook een partiële ordeningsrelatie is?
5. Als de graaf  $G_1$  een Euleriaans circuit heeft en  $G_2$  is isomorf met  $G_1$ , dan heeft  $G_2$  ook een Euleriaans circuit. Toon dit aan.
6. Gegeven de acyclische graaf  $G = (V, R)$ . Definieer  $E$  als de kleinste lineaire ordening die  $R$  omvat. Wat kun je zeggen over  $R$  en  $E$  indien  $G$  samenhangend is? Hoeveel *verschillende* kleinste lineaire ordeningen bestaan er voor  $G$ .
7. Laat  $P$  een *poset* zijn. Definieer voor  $P$  de begrippen: **least element**, **lower bound** en **greatest lower bound**.
8. Geef een definitie van **meet** ( $\wedge$ ) en toon aan dat **meet** een associatieve operator is.
9. Definitie:  $L_1 = (V_1, R_1)$  is een *subtralie* van  $L_2 = (V_2, R_2)$  wanneer:
  - (a)  $V_1 \subseteq V_2$ .
  - (b)  $R_1 = R_2 \cap (V_1 \times V_1)$ .
  - (c) voor iedere deelverzameling van  $V_1$  de *LUB* gelijk is aan de *LUB* van  $V_2$ .
  - (d) idem voor de *GLB*-operator.

Toon aan dat: als  $M$  een distributief tralie is en  $N$  is een subtralie van  $M$ , dan is  $N$  ook distributief.